

Absolute v/c -Messungen mit einem β -Spektrometer

P. JAHN und H. DANIEL

Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg

(Z. Naturforsch. 21 a, 1184—1187 [1966]; eingegangen am 4. April 1966)

Herrn Professor Dr. W. GENTNER zum 60. Geburtstag gewidmet

Es wird eine Methode beschrieben, die es gestattet, für Konversionselektronen v/c -Werte bzw. Impulse in Einheiten von $m c$ absolut zu bestimmen. Dazu ist es nur notwendig, die Impulsverhältnisse von vier geeigneten Konversionslinien, die zu zwei parallel verlaufenden γ -Kaskaden gehören, mit hoher Genauigkeit zu messen. Die Methode wird auf Messungen des Zerfalls $\text{Ir}^{192} \rightarrow \text{Pt}^{192}$ angewandt und mit Ergebnissen verglichen, die auf anderen Eichverfahren beruhen. Außerdem werden RÖNTGEN-Termdifferenzen des Pt^{192} in Einheiten von $m c^2$ abgeleitet und mit den Angaben der Literatur verglichen. Weiterhin eröffnet sich bei Hinzunahme von Daten über Spektrometergeometrie und Strommessungen eine neue Möglichkeit zur Bestimmung der spezifischen Ladung e/m des Elektrons. Es ergibt sich der Wert $e/m = (1,7594 \pm 0,0004) \cdot 10^7 \text{ emE}$. Diese Genauigkeit entspricht jener der besten bisherigen Einzelmessung.

I. Ziel der Untersuchung

Zur absoluten v/c -Messung von Elektronen mit einem β -Spektrometer ist, wie bei anderen Messungen auch, eine Eichung des Gerätes erforderlich. Die meisten β -Spektrometer werden durch Aufnahme einer „Eichlinie“ geeicht, deren $B \varrho$ -Wert aus anderen Messungen bekannt ist. Wesentlich seltener sind Eichungen, die nicht auf eine andere Eichlinie Bezug nehmen. In Heidelberg^{1, 2} wurde zu solchen „absoluten“ Eichungen bisher das Verfahren von SIEGBAHN und EDVARSON³ angewandt, das in der Messung des Impulsverhältnisses von K- und L-Konversionslinien des gleichen γ -Übergangs besteht. Die Differenz der K- und L-Abtrennarbeiten, die wesentlich zuverlässiger ist als die Abtrennarbeiten selbst, wird den Daten der RÖNTGEN-Spektroskopie⁴ entnommen. Eine andere Methode, die sich ebenfalls zu hoher Genauigkeit entwickeln lässt, wurde in Chalk River benutzt⁵. Sie führt über äußere Konversion von Vernichtungsstrahlung von Positronen. Eine dritte Methode schließlich, die besonders früher beliebt war, besteht in der direkten Ausmessung von Bahnradius und magnetischer Feldstärke⁴. Alle drei zuletzt genannten Methoden führen zu „absoluten“ Eichungen, haben jedoch ihre Nachteile: Bei der

Methode von SIEGBAHN und EDVARSON ist man auf die RÖNTGEN-Daten angewiesen, kann diese also nicht testen. Bei der Eichung mit der Vernichtungsstrahlung gehen als Unsicherheiten Festkörpereffekte bei der Vernichtung von Positronen ein, ein Gebiet, dessen Erforschung erst am Anfang steht. Die direkte Geometrie- und Feldaussmessung ist nicht sehr genau, vor allem was die Geometrie angeht, und zudem nur bei im wesentlichen homogenen Feldern praktikabel.

Es ist das Hauptziel der vorliegenden Arbeit, eine Eichmethode zu schildern, die von den genannten Nachteilen frei ist. Sie beruht auf der relativistischen Beziehung zwischen Energie und Impuls einerseits und auf der Energiebilanz zweier paralleler γ -Kaskaden andererseits. Zur Anwendung ist es nur notwendig, Stromstärkenverhältnisse zu messen. Naturkonstanten, wie sie bei allen anderen Eichmethoden eingehen, treten nicht auf. Das Verfahren ist geeignet, andere Messungen, etwa von RÖNTGEN-Termen, zu testen und unter Hinzunahme von Daten über das Magnetfeld und die Geometrie das Verhältnis e/m zwischen Ladung und Ruhemasse des Elektrons zu bestimmen.

Es ist hier nicht der Ort, auf die komplizierte Problematik der Absolutmessungen von RÖNTGEN-Termen und von e/m einzugehen. Statt dessen sei auf

¹ H. DANIEL, P. JAHN, M. KUNTZE u. G. SPANNAGEL, Nucl. Instr. & Methods **35**, 171 [1965].

² P. JAHN, W. TODT u. H. DANIEL, Phys. Letters **20**, 395 [1966]. — H. DANIEL, P. JAHN u. W. TODT, Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. (im Druck). — P. JAHN u. W. TODT, unveröffentlichte Daten.

³ K. SIEGBAHN u. K. EDVARSON, Nucl. Phys. **1**, 137 [1956].

⁴ K. SIEGBAHN (Herausgeber), Alpha-, Beta- and Gamma-Ray-Spectroscopy, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1965.

⁵ G. MURRAY, R. L. GRAHAM u. J. S. GEIGER, Nucl. Phys. **63**, 353 [1965].



den Übersichtsartikel von COHEN und DU MOND⁶ und die diesbezüglichen, dort zitierten Arbeiten verwiesen. Es sei jedoch hervorgehoben, daß die von COHEN und DU MOND mit einer Ausgleichsrechnung ermittelten Bestwerte der Naturkonstanten (wie z. B. e/m) außerordentlich geringe mittlere Fehler aufweisen. Diese rechnerischen Fehler sagen aber nicht unbedingt sehr viel über die Abweichungen von den wirklichen Werten aus, weil einerseits „herausfallende“ Einzelmessungen unberücksichtigt bleiben müssen und andererseits systematische Fehler in der einen oder anderen Messung kaum auszuschließen sind und sich dann auf alle Bestwerte übertragen. Deshalb sind möglichst direkte Einzelmessungen immer wieder vonnöten. Zur genaueren Information auch über diese Punkte sei auf die Arbeit⁶ verwiesen.

II. Theorie der Eichmethode

Die in dieser Arbeit zu schildernde Eichmethode benötigt zwei parallel verlaufende γ -Kaskaden. Abb. 1 erläutert das Schema. Aus Energiebilanzgründen ist

$$E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2} = E_{\gamma 3} + E_{\gamma 4}.$$

Ebenso gilt

$$E_{e^-1} + E_{e^-2} = E_{e^-3} + E_{e^-4}, \quad (1)$$

wenn man

$$BE_1 + BE_2 = BE_3 + BE_4 \quad (2)$$

hat; BE_i ist die Bindungsenergie der Konversionselektronen des i -ten γ -Übergangs. Für sehr hohe Genauigkeitsansprüche muß man hier Vorsicht walten lassen: Die RÖNTGEN-Niveaus von Atomen mit Kernen verschiedener Anregungszustände können verschieden sein. Eine Anomalie der L_{II} -Terme, die

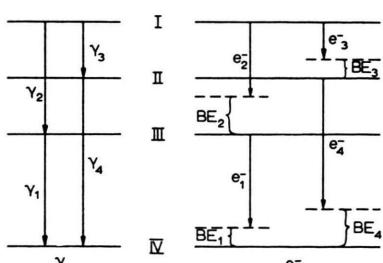


Abb. 1. Geeignetes Zerfallsschema. Links γ -Übergänge, rechts Konversionselektronenübergänge. Gestrichelt: durch Konversionselektronen erreichte Niveaus, die um die Bindungsenergie BE des Konversionselektrons höher liegen als die Niveaus, die durch γ -Übergänge erreicht werden.

auf diesem Effekt beruhen kann, wurde kürzlich in Heidelberg beobachtet². Für die vorliegende Arbeit wurden nur K-Konversionselektronen benutzt (vgl. Ziff. III); Gl. (2) wird für das Folgende als erfüllt angenommen. Mit den Abkürzungen

$$p_i = p_{e^-i}, \quad x = (p_1/m c)^2$$

$$b = (p_2/p_1)^2, \quad c = (p_3/p_1)^2, \quad d = (p_4/p_1)^2, \quad (3)$$

$$A = 1 + b - c - d, \quad B = A^2 + 4(b - c d)$$

ergibt sich aus Gl. (1) nach Lösen einer Gleichung vierten Grades als einzige nichttriviale Lösung

$$x = \frac{8(A - 2A(1+b))}{16A^2b - B^2}. \quad (4)$$

Man bemerkt noch, daß wegen Gl. (3) p_1 in den „natürlichen Einheiten“ $m c$ gemessen wird und auch allein durch v_1/c ausgedrückt werden kann:

$$x = \frac{p_1^2}{m^2 c^2} = \frac{1}{(c/v_1)^2 - 1}; \quad (5)$$

die nicht erläuterten Symbole haben hier wie im folgenden die übliche Bedeutung.

Neben der direkten Lösung Gl. (4) ist die Fehlerfortpflanzung wichtig. Der relative Fehler $\delta x/x$ errechnet sich aus den drei Fehlern δb , δc und δd der Meßgrößen b , c und d zu

$$\begin{aligned} \frac{\delta x}{x} = & \left(\frac{1}{A} + \frac{2(1-b)}{B-2A(1+b)} - 4 \frac{8Ab-B(A+2)+4A^2}{16A^2b-B^2} \right) \delta b \\ & + \left(-\frac{1}{A} + \frac{2(c-d)}{B-2A(1+b)} + 4 \frac{8Ab-B(A+2)d}{16A^2b-B^2} \right) \delta c \\ & + \left(-\frac{1}{A} + \frac{2(d-c)}{B-2A(1+b)} + 4 \frac{8Ab-B(A+2)c}{16A^2b-B^2} \right) \delta d. \end{aligned} \quad (6)$$

Ein großer Fehler ist also immer dann zu befürchten, wenn

$$A \approx 0, \quad (7a)$$

$$B - 2A(1+b) \approx 0 \quad (7b)$$

$$\text{oder} \quad 16A^2b - B^2 \approx 0 \quad (7c)$$

gilt. Die wichtigsten Sonderfälle sind die folgenden:

Wenn alle Energien klein sind gegen $m c^2$, so gilt Gl. (7a); wenn dagegen alle Energien groß sind gegen $m c^2$, gilt Gl. (7c).

Wenn zwei Übergänge in verschiedenen Kaskaden die gleiche Energie haben – daraus folgt natürlich die Gleichheit der beiden restlichen Übergangsentgien –, so gilt ebenfalls Gl. (7a).

⁶ E. R. COHEN u. J. W. M. DU MOND, Rev. Mod. Phys. **37**, 537 [1965].

Aus Gl. (7 b) folgt nach Gl. (4) $x \approx 0$; daß der relative Fehler $\delta x/x$ groß wird, wenn x nahe Null liegt, ist verständlich.

Die genaue Untersuchung der Sonderfälle, etwa gleichzeitig verschwindender Zähler und Nenner, erscheint nicht lohnenswert.

III. Resultate für Pt¹⁹²

Die in Ziff. II beschriebene Methode wurde auf Messungen² angewandt, die mit dem Heidelberger $(\pi/2)\sqrt{13}$ -Spektrometer^{1,7} an Konversionslinien aus dem Zerfall Ir¹⁹² → Pt¹⁹² gemacht worden waren. Das Spektrometer vereinigt dank eines neuen Fokussierungsprinzips hohe Auflösung mit ziemlich großer Lichtstärke, und wegen seiner eisenfreien Konstruktion ist es vollkommen linear und deshalb gut zur Messung von Impulsverhältnissen geeignet, die einfach die Verhältnisse der entsprechenden Spektrometerströme sind.

Die früher² gemessenen Impulsverhältnisse der K-Konversionselektronen der γ -Linien $E_{\gamma 1} = 296$ keV, $E_{\gamma 2} = 308$ keV, $E_{\gamma 3} = 136$ keV und $E_{\gamma 4} = 468$ keV sind in Tab. 1 zusammengestellt. Bei p_3/p_1 , das sich

Impuls-Verhältnis	gemessener Wert	relativer Fehler (p. p. m.)
p_2/p_1	1,033497	5
p_3/p_1	0,481724	50
p_4/p_1	1,428231	5

Tab. 1. Impulsverhältnisse nach Ref.².

vor allem aus Intensitätsgründen schlecht messen ließ, ist der mittlere Fehler angegeben. Bei p_2/p_1 und p_4/p_1 beträgt der mittlere Fehler jeweils $2 \cdot 10^{-6}$ (2 p. p. m.); der angegebene Fehler von 5 p. p. m. trägt noch einem möglicherweise vorhandenen kleinen systematischen Fehler Rechnung.

Aus den Daten der Tab. 1 errechnet man die in Tab. 2 angegebenen, absolut bestimmten Impulse p_1 bis p_4 der K-Elektronen, die dazugehörigen v/c -Werte und die Energien. Aus den früher gemessenen² Impulsverhältnissen zwischen anderen Elektronenlinien und der K-Konversionslinie der 296 keV- γ -Strahlung erhält man weiterhin die in Tab. 3 an-

Linie	Energie (mc^2)
316 K	$0,46613 \pm 0,00013$
604 K	$1,02972 \pm 0,00026$
612 K	$1,04554 \pm 0,00028$
296 L _I	$0,55219 \pm 0,00015$
296 L _{II}	$0,55338 \pm 0,00015$
296 L _{III}	$0,55676 \pm 0,00015$
316 L _I	$0,59241 \pm 0,00016$
316 L _{II}	$0,59360 \pm 0,00016$
316 L _{III}	$0,59696 \pm 0,00016$

Tab. 3. Absolut bestimmte Energien einiger Konversionslinien.

gegebenen Energien der anderen Konversionslinien. Die daraus errechneten RÖNTGEN-Termdifferenzen sind in Tab. 4 aufgeführt, zusammen mit den bei SIEGBAHN⁴ tabellierten Werten; diese sind auf mc^2 umgerechnet.

Differenz	aus 296 keV- γ -Übergang	aus 316 keV- γ -Übergang	nach Ref. ⁴
K-L _I	$0,12628 \pm 0,00004$	$0,12628 \pm 0,00004$	0,12624
K-L _{II}	$0,12747 \pm 0,00004$	$0,12747 \pm 0,00004$	0,12745
K-L _{III}	$0,13085 \pm 0,00004$	$0,13084 \pm 0,00004$	0,13079

Tab. 4. Absolut bestimmte RÖNTGEN-Termdifferenzen (in mc^2).

Aus der Geometrie des Spektrometers und den Strommessungen ergibt sich für die Elektronen des Impulses $p_1 = 1,01647 mc$ ein $B\varrho$ -Wert von $(1732,0 \pm 0,3) \text{ Gcm}$. Aus diesen Daten errechnet sich mit $c = 2,9979 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}^6$ das Verhältnis e/m des Elektrons zu $e/m = (1,7594 \pm 0,0004) \cdot 10^7 \text{ emE}$.

Impuls (mc) nach Ref. ²	Impuls (mc) absolut bestimmt	Energie (mc^2)	v/c
$1,01620 \pm 0,00003$	$1,01647 \pm 0,00017$	$0,42591 \pm 0,00012$	$0,71286 \pm 0,00006$
$1,05023 \pm 0,00003$	$1,05052 \pm 0,00018$	$0,45038 \pm 0,00013$	$0,72431 \pm 0,00006$
$0,48952 \pm 0,00003$	$0,48966 \pm 0,00010$	$0,11345 \pm 0,00004$	$0,43977 \pm 0,00007$
$1,45137 \pm 0,00004$	$1,45176 \pm 0,00025$	$0,76284 \pm 0,00021$	$0,82353 \pm 0,00005$

Tab. 2. Absolut bestimmte Impulse der vier K-Konversionslinien.

⁷ H. DANIEL u. P. JAHN, Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. (im Druck).

IV. Diskussion

Die in dieser Arbeit beschriebene Eichmethode für magnetische β -Spektrometer ist die erste bekanntgewordene Methode, die Absolutmessungen allein aus den gemessenen Stromverhältnissen gestattet. Das Verfahren ist naturgemäß weniger genau als die bisher üblichen, in Ziff. I diskutierten. Um einen Begriff von den Genauigkeitsunterschieden im vorliegenden Fall zu geben, sind in Tab. 2 die nach der Methode von SIEGBAHN und EDVARSON aus den gleichen Stromverhältnissen² ermittelten Impulswerte, ebenfalls auf $m c$ umgerechnet, mit aufgeführt. Die Übereinstimmung ist befriedigend. Ebenso sind die

hier angegebenen RÖNTGEN-Termdifferenzen (Tab. 4) in guter Übereinstimmung mit den auf andere Art gemessenen, aber ungenauer.

Der in dieser Arbeit ermittelte Wert von e/m stimmt mit den Angaben der Literatur überein. Er ist viel ungenauer als der mit einer Ausgleichsrechnung zur Bestimmung von atomaren Konstanten ermittelte Wert $e/m = (1,758796 \pm 0,000006) \cdot 10^7$ emE⁶. Die Genauigkeit der vorliegenden Messung erreicht jedoch die der besten bisherigen Einzelmessung⁸: $e/m = (1,7591 \pm 0,0004) \cdot 10^7$ emE.

Wir danken Herrn Prof. W. GENTNER für sein Interesse und den Herren H. BIER, B. MARTIN und W. TODT für die Durchführung einiger Kontrollrechnungen.

Band XXXV, Seite 25. — J. W. DRINKWATER, O. RICHARDSON u. W. E. WILLIAMS, Proc. Roy. Soc. London (A), **174**, 164 [1940]. — H. A. DAW u. F. S. HARRIS JR., Proc. Phys. Soc. London **78**, 433 [1961].

⁸ A. EUCKEN (Herausgeber), LANDOLT-BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950, I. Band, 1. Teil, Seite 35. — E. R. COHEN u. J. W. M. DuMOND in S. FLÜGGE (Herausgeber), Handbuch der Physik, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1957,